2 Representación de relaciones: presentar las funciones

Conceptos

- Relaciones
- Representación

Microconceptos

- Función
- Aplicaciones
- Entrada
- Salida
- Dominio
- Recorrido
- Funciones compuestas
- Funciones inversas
- Función identidad
- Funciones inyectivas
- Funciones que coinciden con su inversa
- Variables

Las relaciones y funciones se encuentran entre los patrones matemáticos más importantes y abundantes. Comprender el comportamiento de las funciones es esencial para modelizar situaciones de la vida real. Cuando conducimos un automóvil, la velocidad es una función del tiempo. La cantidad de energía que tenemos es una función de las calorías que consumimos, o de la cantidad de tiempo que dormimos, o del estado general de nuestra salud. En el tema 1 vimos que la cantidad de dinero que generan nuestros ahorros es una función de la tasa de interés que recibimos del banco, del número de veces que se compone la tasa de interés, y del tiempo que dejamos el dinero en la cuenta de ahorro. En este tema, modelizaremos una variedad de problemas de la vida real utilizando diferentes formas de funciones.

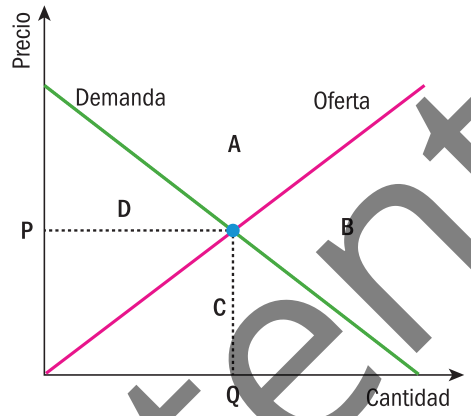
¿Qué distancia recorrerá un automóvil con el tanque lleno de combustible?

¿Es la relación entre corredor y agua la misma que entre automóvil y combustible?

¿Qué tipo de relaciones existen entre dos cantidades o variables?

¿Se pueden modelizar las sombras con funciones?

Uno de los conceptos más importantes de la economía es la oferta y la demanda. La oferta es la cantidad de bienes disponibles que las personas pueden comprar. La demanda es la cantidad real de bienes que las personas comprarán a un precio determinado. En el gráfico se muestra un ejemplo de una relación de oferta y demanda.



- ¿Cómo nos ayuda el gráfico a explicar la relación entre las dos variables “cantidad” y “precio”?
- ¿Qué variable sería la “independiente” y cuál la “dependiente”?
- ¿Cómo se interpreta el punto donde las dos rectas se cortan?
- ¿Cómo se pueden interpretar las regiones A, B, C y D en términos de las variables dadas?
- ¿Cómo se puede expresar la relación que se muestra en el gráfico entre cantidad y precio de otras maneras, por ejemplo, numérica o algebraicamente?

Desarrollo de las habilidades de indagación

Imagine que trabaja en una tienda de deportes y necesita decidir el precio de una caja de pelotas de tenis. ¿Qué tipo de preguntas de indagación se haría? Por ejemplo, ¿cuántas pelotas de tenis hay en cada caja? ¿Cómo se puede determinar el valor de una pelota de tenis? ¿Puede cambiar el valor de la caja con el tiempo? ¿Qué información adicional necesita?

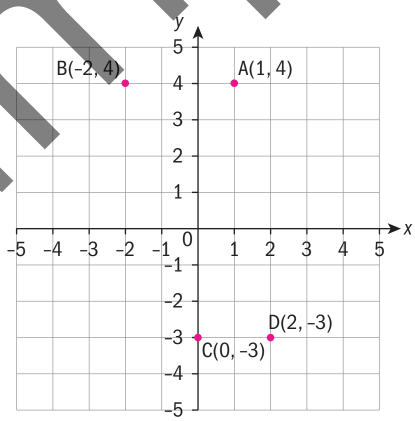
Piense en las preguntas en este problema inicial y responda a las que pueda. A medida que avance en este tema, adquirirá conocimientos y habilidades matemáticas que le servirán para responder a todas las preguntas.

Antes de comenzar

Haga clic aquí para obtener ayuda con esta comprobación de habilidades.

Qué necesitamos saber

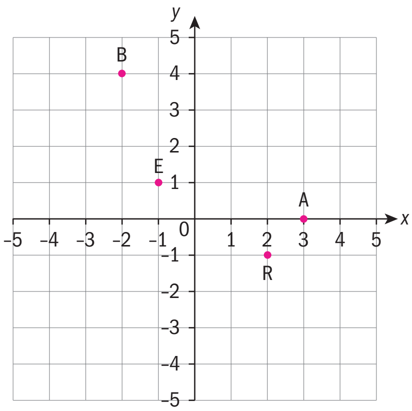
1 Situar coordenadas.
P. ej.: Situar los puntos A (l, 4), B (−2, 4), C (0, −3) y D (2, −3) en un plano de coordenadas cartesianas.



Comprobemos nuestras habilidades

1 Sitúe los puntos S (4, −1), T (3, 3), O (−2, 0) y P (−1, −2) en un plano de coordenadas cartesianas.

2 Dé las coordenadas de cada punto de la siguiente cuadrícula:



Continúa en la página siguiente.

2 Sustituir valores en una expresión.

P. ej.: Dados $x=-1, y-3$, y $z=\frac{1}{2}$, hallar los valores de:

a $2x^2-5y$

$$\begin{aligned}2x^2-5y &= 2(-1)^2-5(3)\\ &= 2(1)-5(3)\\ &= 2-15\\ &= -13\end{aligned}$$

b $xy-y$

$$\begin{aligned}xy-y &= (-1)(3)-3\\ &= -3-3\\ &= -6\end{aligned}$$

c $8z^2$

$$8z^2=8\left(\frac{1}{2}\right)^2=8\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{8}{4}=2$$

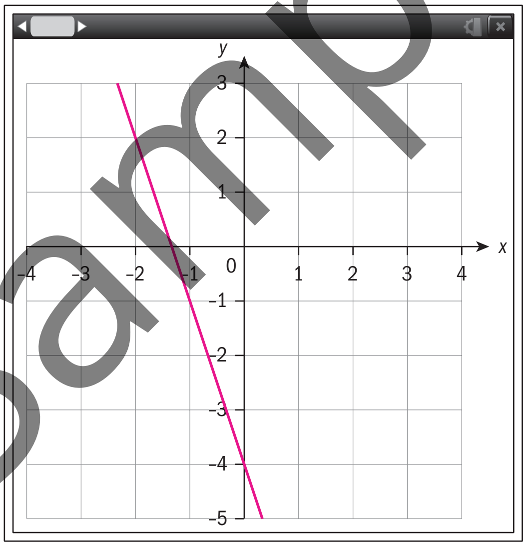
3 Resolver ecuaciones lineales.

P. ej.: Resolver $2(x-3)=4x+10$.

$$\begin{aligned}2(x-3) &= 4x+10\\ 2x-6 &= 4x+10\\ -2x &= 16\\ x &= -8\end{aligned}$$

4 Utilizar su calculadora de pantalla gráfica (en adelante, CPG) para representar en un gráfico una ecuación.

P. ej.: Representar en un gráfico $y=-3x-4$.



3 Dados $x-2, y=-3$, y $z=-\frac{1}{2}$, halle los valores de:

a $4x-3y$

b x^2-y^2

c $x+y+z$

d $-6z^2$

4 Resuelva las siguientes ecuaciones:

a $-2x+1=6x-15$

b $-2(x+4)=2(x-5)$

c $-3(x+2)+4(x-1)=3$

d $(x-2)^2=(x+4)^2$

5 Utilice la CPG para representar en un gráfico las siguientes ecuaciones:

a $y=2x+2$

b $y=x^2+1$

c $y=2\sqrt{x}-1$

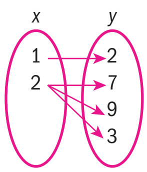
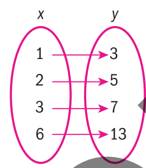
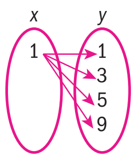
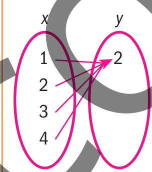
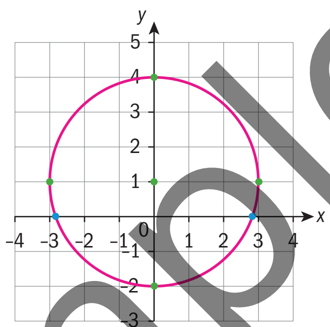
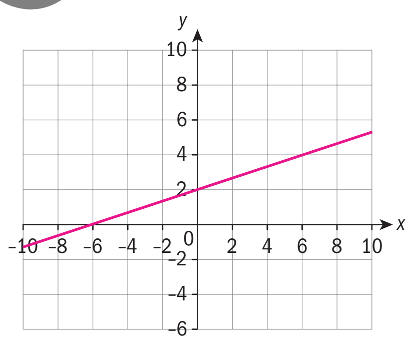
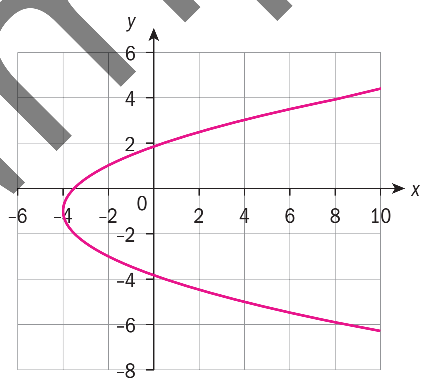
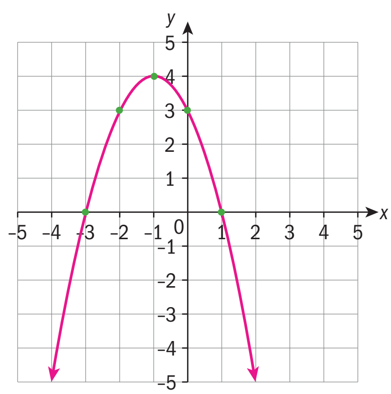
d $y=-x^2+5x-6$

2.1 ¿Qué es una función?

Una **relación** matemática es una regla de correspondencia entre cualquier conjunto de pares ordenados que se puede expresar como una aplicación y con un gráfico.

Investigación 1

A continuación, se ven varias relaciones ordenadas en dos columnas. Compare las relaciones de cada columna.

<table>
<tr><th></th><th>Columna 1</th><th>Columna 2</th></tr>
<tr><td>a</td><td>$\{(3,2), (3,5), (4,1), (4,2)\}$</td><td>$\{(3,6), (2,5), (4,1), (7,2)\}$</td></tr>
<tr><td>b</td><td>$\{(1,2), (3,2), (1,5), (3,5)\}$</td><td>$\{(1,2), (3,5), (2,2), (4,5)\}$</td></tr>
<tr><td>c</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>d</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>e</td><td>
</td><td>
</td></tr>
<tr><td>f</td><td>
</td><td>
</td></tr>
</table>

Continúa en la página siguiente.

1 Elija algunos valores de entrada en cada columna e indique sus correspondientes valores de salida.

2 ¿Qué diferencia observa entre las dos columnas?

Las relaciones de la segunda columna se denominan funciones.

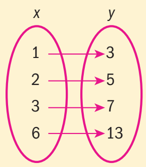
3 **Conceptual** ¿Qué es una función?

4 **Conceptual** ¿Cómo describiría una función usando aplicaciones?

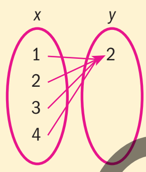
5 Dé tres nuevos ejemplos (en varias representaciones) de funciones.

6 **Fáctico** ¿Para qué se utilizan las funciones?

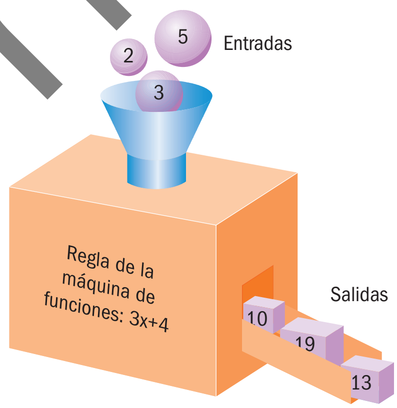
Una **función** es un tipo especial de relación. Una función puede ser una aplicación uno-a-uno (inyectiva)



o una aplicación varios-a-uno (no inyectiva)



.



Piense en una función como si fuese una máquina. Cada vez que introducimos un valor para *x*, queremos obtener un valor de *y*.

Considere el interés compuesto del último tema. ¿Qué pasaría si dos inversiones de la misma cantidad, con la misma tasa y el mismo tiempo de colocación dieran dos rendimientos diferentes?

Investigación 2

Las funciones se pueden definir en forma de frase. Por ejemplo:

A cada número del 1 al 6 se le asigna su triple.

1 Exprese esta función como:

i un conjunto de pares ordenados; **ii** una tabla de valores;
iii un diagrama de aplicación.

2 Para cada una de las representaciones anteriores, describa cómo puede saber si se trata de una función o no.

Aquí tenemos otra función definida en forma de frase:

A cada número real se le asigna su cuadrado.

3 Trate de expresar esta función como un conjunto de pares ordenados. Explique por qué resulta difícil.

4 Exprese esta función como una ecuación.

5 **Fáctico** ¿Cuáles son las diferentes formas de representar una función?

6 **Conceptual** Elabore una hipótesis de por qué hay tantas maneras de representar una relación o función.

7 **Conceptual** ¿Cómo ayudan las diferentes formas de una función a comprender un problema de la vida real?

032452_Ch02.indd 66 01/08/22 6:42 PM

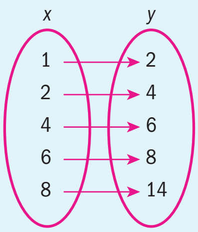
Ejemplo 1

Determine si cada una de las siguientes relaciones es una función o no:

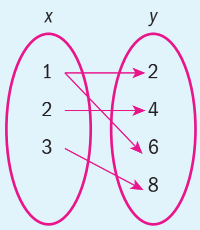
a $\{(6, 12), (8, 16), (10, 20), (12, 24)\}$

b $\{(5, 20), (5, 25), (10, 40), (10, 100)\}$

c



d



e $y = -3x + 7$

f $y = \sqrt{x}$

a	Función	Cuando una relación se da como un conjunto de pares ordenados, hay que comprobar si la relación es uno-a-uno (inyectiva) o varios-a-uno.
b	No es función	Esto no es una función, ya que se trata de una relación de uno-a-varios.
c	Función	La relación es uno-a-uno (inyectiva), por lo que es una función.
d	No es función	Esto es una relación de uno-a-varios, por lo que no es una función.
e	Función	Esta es una función porque a cada valor de x se le asigna un valor diferente de y.
f	Función	Esta es una función porque a cada valor de x se le asigna un valor diferente de y.

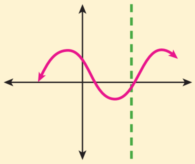
Mentalidad internacional

Uno de los primeros matemáticos en estudiar el concepto de funciones fue el francés Nicole Oresme en el siglo XIV. A continuación se muestra una página de *Le Livre du ciel et du monde* de Oresme, 1377.

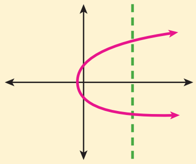
Investigación 3

Observe los siguientes gráficos:

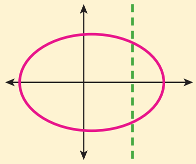
Función



No es función



No es función



Continúa en la página siguiente.

1 Elabore una hipótesis de por qué el segundo y el tercer gráfico no representan funciones.

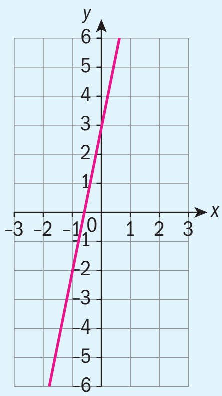
2 Usamos la **prueba de la recta vertical** para determinar si un gráfico representa una función. Utilice los diagramas anteriores y lo que sabe sobre la definición de una función y explique la prueba de la recta vertical.

3 **Conceptual** ¿Cómo ayuda la prueba de la recta vertical a identificar funciones?

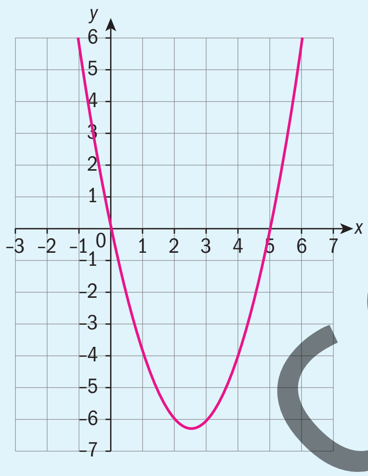
Ejemplo 2

Determine si cada relación siguiente es una función o no:

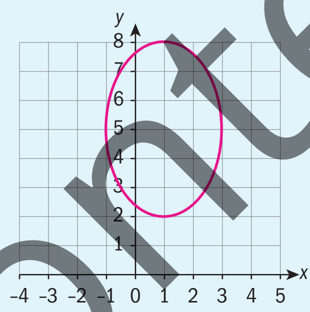
a



b



c



a	Función	Pasa la prueba de la recta vertical.
b	Función	Pasa la prueba de la recta vertical.
c	No es función.	No pasa la prueba de la recta vertical.

Ejercicio 2A

1 Determine si cada una de las relaciones siguientes es una función o no. Si no es una función, indique la razón.

a El número de canicas idénticas y la masa total de las canicas.

b El número de lados en un polígono y la suma de los ángulos interiores.

c El número de entradas de cine compradas y el costo total.

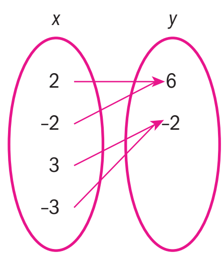
d $\{(0, 1), (1, 2), (2, 3), (3, 4), \ldots\}$

e $\{(1, 0), (0, 1), (2, 0), (0, 2), (3, 0), (0, 3)\}$

f

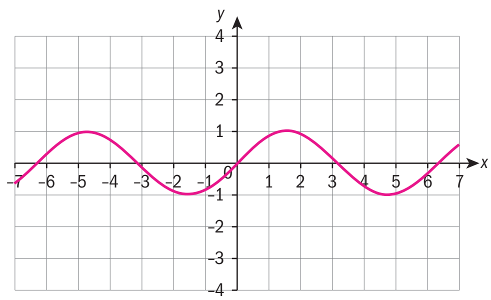
x	2	3	4	6	7	9
y	1	1	1	1	1	1

g

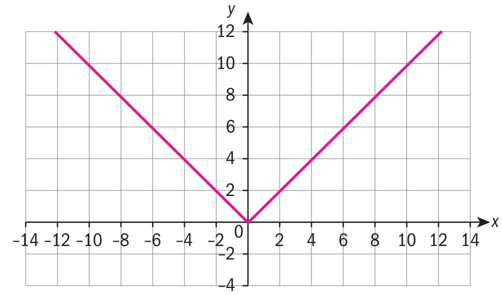


h $y = -2x + 6$ **i** $x = 3$ **j** $y = x^2$

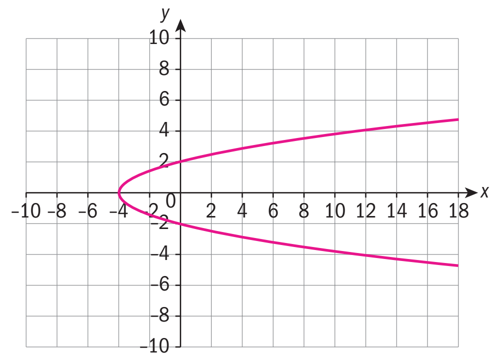
k



l



m



2 Para cada uno de los siguientes tipos de relación, proporcione un ejemplo que **no** sea una función:

a tabla de valores

b diagrama de aplicación

c ecuación

d gráfico

3 ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera? Justifique su elección.

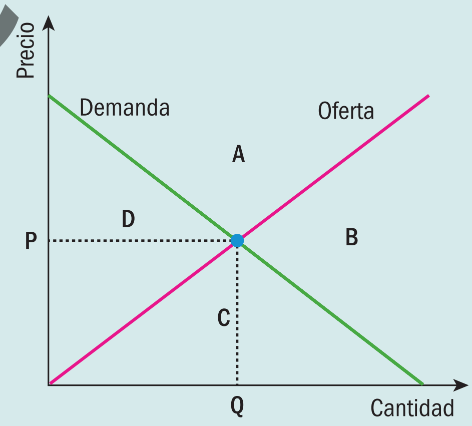
Todas las funciones son relaciones, pero no todas las relaciones son funciones.

Todas las relaciones son funciones, pero no todas las funciones son relaciones.

Desarrollo de las habilidades de indagación

Retomemos el problema inicial del tema sobre economía, oferta y demanda.

Observe el gráfico de la derecha. ¿Es esta relación una función? Explique cómo lo sabe. ¿Qué significa esto en términos de esta situación de la vida real?



2.2 Notación de funciones

Investigación 4

Dos vecinos, Jacobo y Sofía, están vaciando cada uno su piscina, preparándose para el invierno. La siguiente tabla muestra el nivel del agua (profundidad) en distintos momentos:

Tiempo (horas)	0	5	10	14
Profundidad del agua en la piscina de Jacobo (m)	1,4	0,9	0,4	0
Profundidad del agua en la piscina de Sofía (m)	2	1	0	0

Continúa en la página siguiente.

032452_Ch02.indd 69 01/08/22 6:42 PM

1 Represente en el mismo gráfico las profundidades del agua en ambas piscinas, con el tiempo en el eje x.

2 Rotule con J(t) la profundidad del agua en la piscina de Jacobo y con S(t) la profundidad del agua en la piscina de Sofía S(t).

3 Haga tantas observaciones como sea posible sobre los dos gráficos.

¿Los gráficos representan funciones? Explique su respuesta.

4 Jacobo vació su piscina a razón de 0,1 metros por hora. Escriba una ecuación que represente J(t).

Sofía vació su piscina a razón de $\frac{1}{5}$ metros por hora. Escriba una ecuación que represente S(t).

5 Explique qué significan las siguientes notaciones.

i $\mathrm{J}(t) = \mathrm{S}(t)$ **ii** $\mathrm{J}(2)$ **iii** $\mathrm{S}(8)$ **iv** $\mathrm{J}(t) = 1$ **v** $\mathrm{S}(t) > \mathrm{J}(t)$

6 **Conceptual** ¿Cuál es el propósito de tener una notación diferente para diferentes funciones?

Cuando escribimos una expresión para una función, hay varias notaciones diferentes. Por ejemplo: $f(x)$, $g(x)$, $f: x \rightarrow$. Todas ellas se denominan **notación de funciones**.

$f(x)$, que se lee "f de x", representa una función f con variable independiente x.

Utilizamos la notación de funciones en lugar de solo "$y =$ " para poder distinguir entre diferentes funciones, de la misma manera que las personas tienen diferentes nombres.

Cuando se está analizando un problema de la vida real, las variables utilizadas en la notación de funciones se pueden personalizar.

Por ejemplo, la relación entre el número de entradas compradas para un partido de fútbol y el costo total podría representarse mediante C(n). ¿Qué cree que representan C y n?

La notación de funciones es una forma rápida de expresar la sustitución. En lugar de decir "Dado $y = 3x - 5$, halle el valor de y si $x = 2$", simplemente podemos decir "Dada $f(x) = 3x - 5$, halle $f(2)$".

Ejemplo 3

Calcule las sustituciones indicadas para cada función.

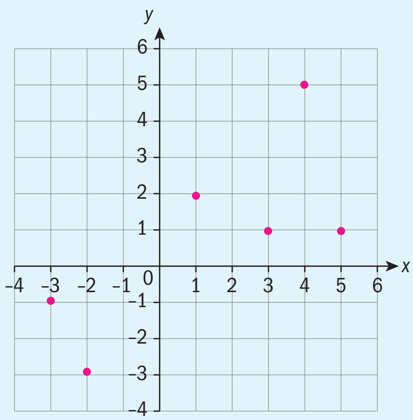
a $g(x) = \{(2, 3), (4, 5), (6, 7), (8, 9), (10, 11)\}$, $g(8)$

b $f(x) = -2x - 1$, $f(-3)$

c $f: x \rightarrow 3x + 7$, $f(1)$

d $h(x) = 3$, $h(-1)$

e $f(4)$ para el gráfico



Continúa en la página siguiente.

a 9	Cuando la función se da como un conjunto de pares ordenados, buscamos el punto con el valor de x dado e indicamos el valor de y que le corresponde. $g(8)$ significa "la coordenada y del punto que tiene coordenada x 8". En el ejemplo, el punto es (8, 9), por lo que $g(8) = 9$.
b $f(x) = -2x - 1$, $f(-3)$ $f(-3) = -2(-3) - 1$ $f(-3) = 6 - 1$ $f(-3) = 5$ Esto representa el punto $(-3,5)$ para esta función.	¡Es importante usar paréntesis al sustituir!
c $f: x \to 3x + 7$, $f(1)$ $f: 1 \to 3(1) + 7$ $f: 1 \to 3 + 7$ $f: 1 \to 10$	
d 3	Dado que cualquier función en la forma $y = n$ es una función constante o una recta horizontal, la respuesta también será n para cualquier valor de x. En consecuencia, $h(-1) = 3$.
e 5	Como ocurre con un conjunto de pares ordenados, buscamos el valor de x dado y escribimos el valor de y que le corresponde. Para $f(4)$, el punto en el gráfico es (4, 5), entonces $f(4) = 5$.

Ejemplo 4

Si $f(x) = -3x^2 - 1$, halle:

a $f(-1)$ **b** $f(0)$ **c** $f(100)$ **d** $f(a)$ **e** $f(x + 1)$

a $f(-1) = -3(-1)^2 - 1$ $f(-1) = -3(1) - 1$ $f(-1) = -3 - 1$ $f(-1) = -4$	¡Es importante asegurarse de seguir el orden de las operaciones!
b $f(0) = -3(0)^2 - 1$ $f(0) = -3(0) - 1$ $f(0) = 0 - 1$ $f(0) = -1$	
c $f(100) = -3(100)^2 - 1$ $f(100) = -3(10\,000) - 1$ $f(100) = -30\,000 - 1$ $f(100) = -30\,001$	

Continúa en la página siguiente.

d $f(a) = -3(a)^2 - 1$ $f(a) = -3a^2 - 1$	
e $f(x+1) = -3(x+1)^2 - 1$ $f(x+1) = -3(x^2 + 2x + 1) - 1$ $f(x+1) = -3x^2 - 6x - 3 - 1$ $f(x+1) = -3x^2 - 6x - 4$	Importante: $(x+a)^2 \neq x^2 + a^2$ $(x+a)^2 = (x+a)(x+a)$ $(x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$

Cuando se utiliza la notación de funciones, hay dos tipos de pregunta que se pueden hacer.

La primera, como se ve en los ejemplos anteriores, es ¿$f(n)$ = ? Esto significa "sustituir n por x y simplificar para hallar $f(n)$ o y".

La segunda, $f(?) = n$, es la opuesta. Esto significa "hallar el valor de x para el valor de y dado de n".

TdC

¿Cuál es la relación entre los problemas de la vida real y los modelos matemáticos?

Ejemplo 5

La fórmula para calcular el volumen de gasolina que queda en el tanque de un automóvil, en litros, después de recorrer d kilómetros, es $V(d) = -0{,}115d + 60$.

a Explique qué significa $V(250)$ en el contexto de la pregunta y calcule su valor.

b Explique qué significa $V(d) = 10$ en el contexto de la pregunta y calcule su valor.

c ¿Para qué valores de d no tiene sentido esta situación?

a $V(250)$ significa "el volumen de gasolina en el tanque después de recorrer 250 km". $V(250) = -0{,}115(250) + 60$ $V(250) = 31{,}25$	
b $V(d) = 10$ significa "la distancia que ha recorrido un automóvil cuando quedan 10 litros en el tanque". $V(d) = -0{,}115d + 60 = 10$ $-0{,}115d = -50$ $d = 434{,}7826086\ldots$ $d \approx 435$ km	Nota: Debemos redondear a tres cifras significativas, a menos que la pregunta especifique otra cosa, y utilizar un signo de aproximación.
c d no puede ser negativo, ya que no es posible conducir una distancia negativa. Además, d no puede ser mayor que la distancia que un automóvil puede recorrer con un tanque lleno de gasolina. $0 < d \leq n$, donde n es la distancia que un vehículo puede recorrer con un tanque lleno de gasolina.	

Ejemplo 6

Nikita planea realizar un banquete deportivo. Debe pagar 320 USD para alquilar el salón y 20 USD por persona para la cena.

a Exprese el costo total, C, como función del número de personas, n, que asisten al banquete.

Continúa en la página siguiente.

b ¿Qué notación podría utilizarse para hallar el costo del banquete si asisten 125 personas? Calcule este valor.

c ¿Qué notación podría utilizarse para hallar el número de personas que pueden asistir al banquete si el presupuesto de Nikita es de 1250 USD? Calcule este valor.

d ¿Qué valores de n no tienen sentido para esta situación?

a $C(n) = 20n + 320$	
b $C(125) = 20(125) + 320$ $C(125) = 2820$ 2820 USD	
c $C(n) = 1250$ $20n + 320 = 1250$ $20n = 930$ $n = 46{,}5$ 46 personas	Si redondeamos hacia arriba, el total será de más de 1250 USD, así que redondeamos a 46 personas.
d $0 \le n \le a$ donde a es la capacidad del salón.	n no puede ser negativo ni mayor que el número de personas que puede contener el salón o el número de personas que contemple el presupuesto de Nikita.

Ejercicio 2B

1 Calcule las sustituciones indicadas para cada función.

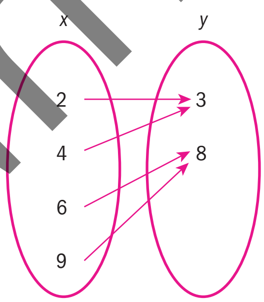
a $g(x) = -x^2 + 2$, $g(-4)$

b $f: x \to 5x - 1$, $f(-9)$

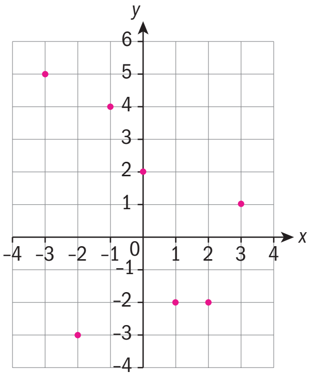
c $C(n) = 20n + 250$, $C(100)$

d $h(x) = -4$, $h(5)$

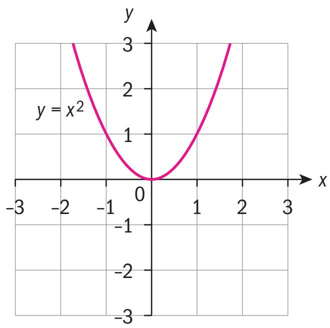
e $f(2)$ para el siguiente diagrama de asignación:



f $f(-3)$ para el siguiente gráfico:



g $f(-1)$ para el siguiente gráfico:



2 Si $f(x) = -3x^2 - 1$, $g(x) = -4x + 7$ y $h(x) = 6$, halle:

- **a** $f(-3)$
- **b** $g(15)$
- **c** $f(1) + g(-1)$
- **d** $h(0)$
- **e** $f(x - 2)$
- **f** $g(n)$
- **g** $f(1) \times h(1)$
- **h** $f(x + 1) \times g(x - 2)$

3 El viaje de un automóvil que va hacia Perth, Australia, se puede expresar mediante la relación $d = -75t + 275$, donde d es la distancia de Perth en km y t es el tiempo de conducción en horas.

- **a** ¿Es esta relación una función? Justifique su respuesta.
- **b** Reescriba la ecuación en notación de funciones.
- **c** Al comienzo del viaje, ¿a qué distancia estaba el automóvil de Perth?
- **d** ¿Qué valores de t no tienen sentido para esta situación?

4 Para convertir una temperatura de grados Celsius a Fahrenheit, usamos la fórmula

$$F(C) = \frac{9}{5}C + 32.$$

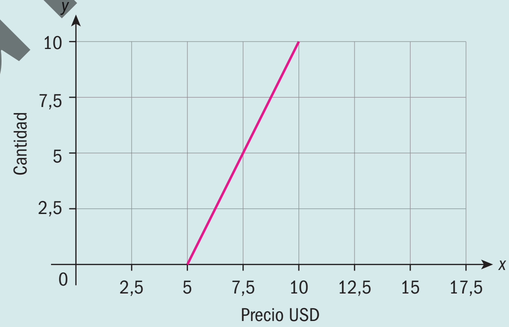
- **a** ¿Representa esta fórmula una función? Justifique su respuesta.
- **b** Describa lo que pide $F(17)$ y calcule el valor.
- **c** Describa lo que pide $F(C) = 100$ y calcule el valor de C.
- **d** Utilice la fórmula para calcular la temperatura en grados Fahrenheit a la que el agua se congela.
- **e** Utilice la fórmula para calcular la temperatura en grados Fahrenheit a la que el agua hierve.
- **f** La temperatura corporal promedio de un perro es de 38,75 °C. Convierta esto a grados Fahrenheit.
- **g** Las galletas se hornean en general a 350 °F. Convierta esto a grados Celsius.

5 Una compañía de telecomunicaciones británica ofrece el siguiente paquete de datos a sus clientes: una tarifa plana de 25 GBP más 10 GBP por gigabyte de datos.

- **a** Exprese el costo total, C, como función del número de gigabytes de datos (g).
- **b** ¿Qué valores de g no tienen sentido en este contexto?
- **c** Indique la notación que se podría utilizar para hallar el costo del servicio en itinerancia (*roaming*) de un viaje en el que se usa un total de 14 gb. Calcule este valor.
- **d** Indique la notación que se podría utilizar para hallar el número de gigabytes consumidos si la factura total asciende a 100 GBP. Calcule este valor.

Desarrollo de las habilidades de indagación

Volvamos al problema inicial del tema sobre economía, oferta y demanda. La ecuación de la recta en el gráfico es $y = -10 + 2x$. Reescriba esto en notación de funciones y defina las variables que elija.



Mentalidad internacional

El desarrollo de las funciones se extendió a lo largo de muchos países, incluidos Francia (René Descartes), Alemania (Gottfried Wilhelm Leibniz) y Suiza (Leonhard Euler).

032452_Ch02.indd 74 01/08/22 6:42 PM

2.3 Dibujar gráficos de funciones

TdC

¿Tiene significado un gráfico sin rótulos?

"Dibuje con precisión" y "dibuje aproximadamente" son dos de los términos de instrucción del IB que necesita conocer.

Dibujar con precisión: Representar a lápiz por medio de un diagrama o un gráfico preciso y rotulado. Se debe utilizar una regla para las líneas rectas. Los diagramas se deben dibujar a escala. En los gráficos, cuando el caso lo requiera, los puntos deben aparecer correctamente marcados y unidos, bien por una línea recta o una curva suave.

Dibujar aproximadamente: Representar por medio de un diagrama o gráfico (rotulado si fuese necesario). El dibujo aproximado debe dar una idea general de la forma o relación que se pide y deberá incluir características pertinentes.

Ejemplo 7

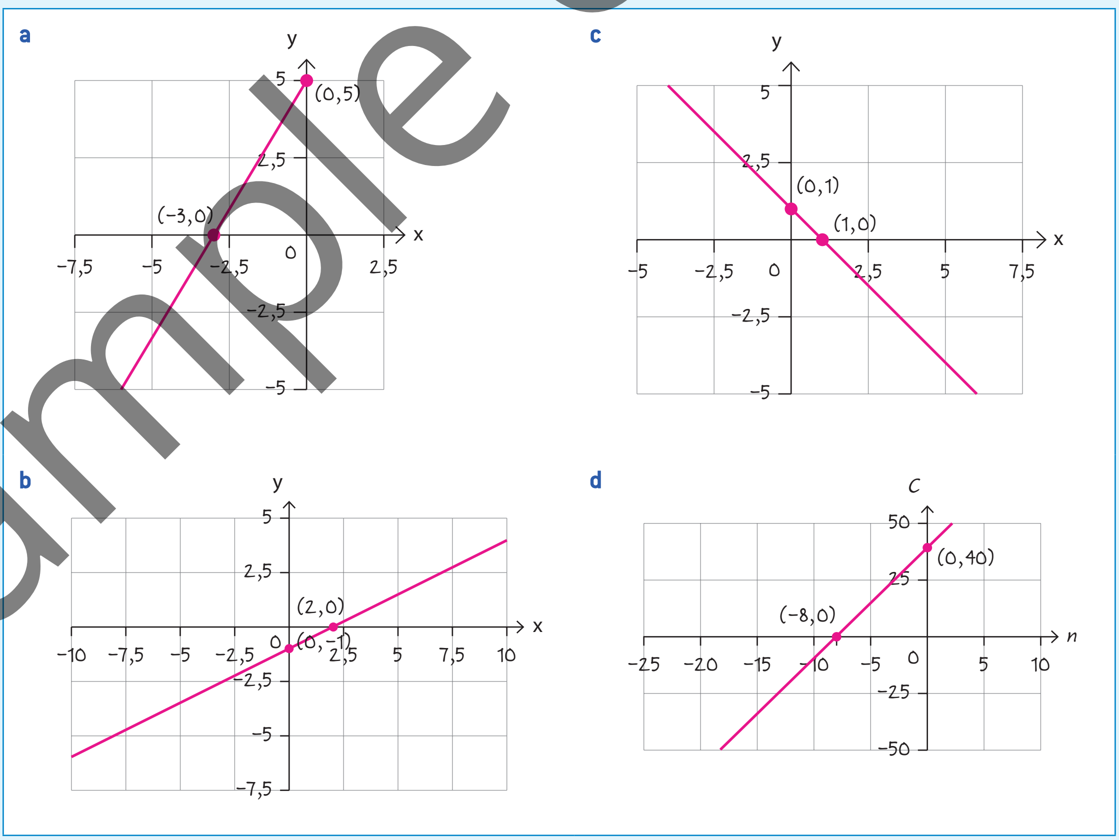
Con la siguiente información, dibuje el gráfico para cada recta.

a intersección con el eje x en $(-3, 0)$ e intersección con el eje y en $(0, 5)$

b intersección con el eje y en $(0, -1)$ y pendiente de $\frac{1}{2}$

c $y = -x + 1$

d $C(n) = 40 + 5n$

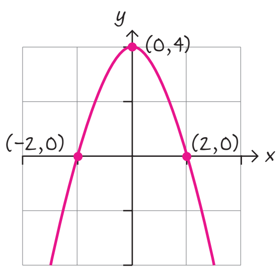


Ejemplo 8

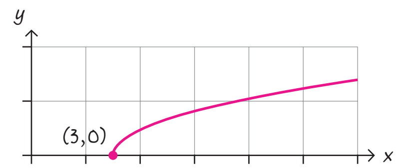
Utilice la CPG y dibuje aproximadamente los siguientes gráficos:

a $f(x) = -x^2 + 4$ **b** $y = \sqrt{x-3}$

a



b



Cuando dibujamos aproximadamente el gráfico de una función, nos debemos asegurar de incluir las características pertinentes del gráfico, incluidas las intersecciones con los ejes x e y.

Ejercicio 2C

1 Utilice la CPG para dibujar aproximadamente los gráficos de las siguientes funciones:

a $f(x) = -0{,}01x^2 + 0{,}5x + 2{,}56$

b $g : x \to 0{,}44\sqrt{3{,}2x - 4{,}1}$

c $y = 2 \text{ sen } (x + 3) + 2$

2 Dadas $f(x) = x^2 + 1$, $g(x) = -3x + 2$ y $h(x) = \sqrt{x}$, utilice la CPG para dibujar aproximadamente los gráficos de las siguientes funciones:

a $f(x) + g(x)$ **b** $f(x) - h(x)$

c $f(x) \times g(x)$ **d** $f(x) + g(x) + h(x)$

PISTA

Para el apartado **1c**, hay que asegurarse de que la CPG esté en radianes y de configurar la ventana para que el eje x vaya de -2π a 2π.

3 Utilice la CPG para dibujar con precisión los gráficos de las siguientes funciones:

a $y = 0{,}2x^2 + 1{,}3x - 4{,}5$

b $f(x) = 3 \times 2^{0{,}5x+3} - 1$

Desarrollo de las habilidades de indagación

Retomemos nuestro problema inicial sobre oferta y demanda.

La ecuación que generamos en la sección 2.2 para la oferta fue $Q(P) = -10 + 2P$, donde P representa el precio y Q representa la cantidad ofertada por productores.

Si la ecuación para la cantidad de un producto demandado por los consumidores es $D(P) = 30 - 3P$, utilice la CPG para dibujar aproximadamente ambos gráficos en el mismo conjunto de ejes y halle el punto de intersección.

Explique qué significa este punto de intersección en términos de oferta y demanda.